

335

F

نام

نام خانوادگی

محل امضاء



335F

صبح جمعه

۹۱/۱۲/۱۸

دفترچه شماره ۱



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.  
امام خمینی (ره)

**آزمون ورودی**  
**دوره های دکتری (نیمه متمرکز) داخل**  
**در سال ۱۳۹۲**

**رشته های**  
**مهندسی مکانیک - طراحی کاربردی (دینامیک جامدات) (کد ۲۳۲۲)**

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی، مکانیک محیط پیوسته، تئوری الاستیسیته)	۴۵	۱	۴۵

**اسفندماه سال ۱۳۹۱**

**این آزمون نمره منفی دارد.**

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی باشد.

حق چاپ و تکثیر سؤالات پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می باشد و با متغلفین برابر مقررات رفتار می شود.

۱- برای تابع مختلط  $f(z) = \sin z$ ، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

$$(۱) \quad |\sin z| = |\sin x| \quad (۲) \quad |\sin x| \leq |\sin z| \leq ۱$$

$$(۳) \quad |\sin z|^2 = \sin^2 x + (\sinh y)^2 \quad (۴) \quad \sin^2 x + (\sinh y)^2 < |\sin z|^2 < \sin^2 x + (\cosh y)^2$$

۲- اگر سری فوریه مثلثاتی تابع زیر را بنویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} + x, & -\pi \leq x < 0 \\ \frac{\pi}{2} - x, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

آنگاه مقادیر سری‌های عددی  $A = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$  و  $B = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^2}$ ، کدام است؟

$$(۱) \quad A = \frac{\pi^2}{۱۶}, B = \frac{\pi^2}{۳۲} \quad (۲) \quad A = \frac{\pi^2}{۸}, B = \frac{\pi^2}{۳۲}$$

$$(۳) \quad A = \frac{\pi^2}{۸}, B = \frac{\pi^2}{۱۶} \quad (۴) \quad A = \frac{\pi^2}{۴}, B = \frac{\pi^2}{۱۶}$$

۳- تبدیل  $w = \sinh z$  نیمه نوار  $|y| \leq \frac{\pi}{2}$ ،  $x \geq 0$  از صفحه  $z$  را به کدام ناحیه از صفحه  $w$  می‌نگارد؟

$$(۱) \quad \text{نیمه نوار } x \leq 0, |y| \leq \frac{\pi}{2} \quad (۲) \quad \text{اجتماع ربع‌های اول و دوم صفحه } w$$

$$(۳) \quad \text{اجتماع ربع‌های دوم و سوم صفحه } w \quad (۴) \quad \text{اجتماع ربع‌های اول و چهارم صفحه } w$$

۴- در مسئله مقدار اولیه - مرزی

$$\begin{cases} u_t - a^2 u_{xx} = f(x, t), & 0 < x < L, t > 0 \\ u(0, t) = 0, u_x(L, t) = 0, & u(x, 0) = \phi(x) \end{cases}$$

که در آن  $\phi(x)$  و  $f(x, t)$  توابع پیوسته و تکه‌ای هموار مفروض هستند. دنباله توابع پایه متعامد مورد نیاز بسط فوریه، کدام است؟

$$(۱) \quad \left\{ \sin \frac{K\pi x}{L} \right\} \quad (۲) \quad \left\{ \sin \frac{K\pi x}{2L} \right\}$$

$$(۳) \quad \left\{ \sin \frac{(2K-1)\pi}{2L} x \right\} \quad (۴) \quad \text{وجود ندارد.}$$

۵- برای تابع مختلط  $f(z) = \cos z$ ، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

$$(۱) \quad |\cos z| = |\cos x| \quad (۲) \quad |\cos x| \leq |\cos z| \leq ۱$$

$$(۳) \quad |\cos z|^2 = \cos^2 x + (\cosh y)^2 \quad (۴) \quad |\cos z|^2 = \cos^2 x + (\sinh y)^2$$

۶- در مورد تابع مختلط  $f(z) = \cosh z$ ، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

(۱)  $|\sinh x| \leq |\cosh z| \leq \cosh x$

(۲)  $|\cosh z|^2 = (\cosh x)^2 + \cos^2 y$

(۳) تنها صفرهای این تابع (تنها ریشه‌های آن) عبارت اند از  $z_k = (2K + \frac{1}{2})\pi i$

(۴) این تابع صفر ندارد (ریشه ندارد)

۷- تبدیل لاپلاس  $U(x, s)$  جواب کراندار مسئله مقدار اولیه - مرزی:

$$\begin{cases} u_{tt} - a^2 u_{xx} = -e^{-t}, & \forall x > 0, \forall t > 0 \\ u(x, 0) = 0, & u_t(x, 0) = 0, \forall x > 0 \\ u(0, t) = \mu(t), & \forall t > 0 \end{cases}$$

تابع معلوم و تکه‌ای پیوسته

کدام است؟

(۱)  $\left[ \mathcal{L}\{\mu(t)\} + \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s} + \frac{1}{s+1} \right] e^{\frac{-x}{a}s} - \frac{1}{s^2} + \frac{1}{s} - \frac{1}{s+1}$

(۲)  $\left[ \mathcal{L}\{\mu(t)\} - \frac{1}{s} + \frac{1}{s+1} \right] e^{\frac{-x}{a}s} + \frac{1}{s} - \frac{1}{s+1}$

(۳)  $\left[ \mathcal{L}\{\mu(t)\} + \frac{1}{s^2} + \frac{1}{s+1} \right] e^{\frac{-x}{a}s} - \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s+1}$

(۴)  $\left[ \mathcal{L}\{\mu(t)\} + \frac{1}{s+1} \right] e^{\frac{-x}{a}s} - \frac{1}{s+1}$

۸- فرض کنیم  $a_1 = b$ ,  $a_2 = bc$ ,  $a_3 = b^2 c$ ,  $a_4 = b^2 c^2$ , ...,  $a_n = (bc)^n$ ,  $a_{n+1} = b(bc)^n$ , ... به طوری که

$0 < b < 1$ ,  $0 < bc < 1$ ,  $c > 1$ . دامنه تعریف  $S(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k z^k$  با  $(a_0 = 1)$  به عنوان یک تابع تحلیلی، کدام است؟

(۲)  $|z| < \frac{1}{\sqrt{c}}$

(۱)  $|z| < \frac{1}{\sqrt{bc}}$

(۴) تمام صفحه  $Z$  است.

(۳)  $|z| < \frac{1}{\sqrt{b}}$

۹- سری فوریه مثلثاتی تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} - x, & 0 \leq x \leq \pi \\ x - \frac{3\pi}{2}, & \pi < x \leq 2\pi \end{cases}$  کدام است؟

(۲)  $\sum_{K=1}^{\infty} \frac{4}{\pi(2K-1)} \cos(2K-1)x$

(۱)  $\sum_{K=1}^{\infty} \frac{4}{\pi^2(2K-1)^2} \cos(2K-1)x$

(۴)  $\sum_{K=1}^{\infty} \frac{4}{\pi(2K-1)^2} \cos(2K-1)x$

(۳)  $\sum_{K=1}^{\infty} \frac{2}{\pi(2K-1)^2} \cos(2K-1)x$

۱۰- با انتگرال گیری از تابع  $e^{-z^2}$  روی مرز پیرامون مستطیل  $|x| \leq a$  و  $0 \leq y \leq b$  در جهت مثلثاتی و سپس میل دادن  $a$  به بی نهایت، تعیین کنید که مقدار  $\int_0^{\infty} e^{-x^2} \cos(2bx) dx$  کدام است؟

(۲)  $\frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-\frac{1}{2}b^2}$

(۱)  $\frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-b^2}$

(۴)  $\frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{\frac{1}{2}b^2}$

(۳)  $\frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{b^2}$

۱۱- ناحیه بین نیم محور  $x$  مثبت و نیمساز ربع اول صفحه  $xy$  در اثر تبدیل  $W = \frac{z^4 + i}{iz^4 + 1}$  به کدام ناحیه از صفحه  $W$  نگاشته می شود؟

(۲) نیمه پایینی صفحه  $W$

(۱) نیمه بالایی صفحه  $W$

(۴) خارج دایره واحد

(۳) داخل دایره واحد

۱۲- فرض کنیم:

$$\begin{cases} u_{tt} - a^2 u_{xx} = 0, & 0 < x < L, t > 0 \\ u(x, 0) = f(x) = \frac{L}{4} - \left| x - \frac{L}{4} \right|, & u_t(x, 0) = x(L-x), & 0 \leq x \leq L \\ u(0, t) = 0 = u(L, t) \end{cases}$$

در این صورت مقدار  $u\left(\frac{L}{4}, \frac{3L}{4a}\right)$  کدام است؟

(۲)  $-\frac{11L^3}{192a}$

(۱)  $-\frac{11L^3}{96a}$

(۴)  $\frac{11L^3}{96a}$

(۳)  $\frac{11L^3}{192a}$

۱۳- با انتگرال گیری از تابع مناسب روی کرانه مستطیل  $|x| < R$  و  $0 < y < 2\pi$  در جهت مثبت و به کاربردن قضیه مانده، و

سرانجام میل دادن  $R$  به بی نهایت، مقدار انتگرال  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ax}}{1+e^x} dx$ ،  $0 < a < 1$  ثابت، کدام خواهد بود؟

(۲)  $\frac{\pi}{\cos \pi a}$

(۴) واگراست.

(۱)  $\frac{\pi}{\sin \pi a}$

(۳)  $\frac{e^a}{\sin \pi a}$

۱۴- برای مسئله مقدار اولیه مرزی:  $u_{tt} - a^2 u_{xx} = 0$ ,  $0 < x < L$ ,  $t > 0$

$$u_t(x, 0) = 0, u(x, 0) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \\ L-x, & \frac{L}{2} < x \leq L \end{cases} \quad (\text{موضع اولیه})$$

$$u(0, t) = 0 = u(L, t)$$

موج یک بعدی بر قطعه خط  $0 \leq x \leq L$  مقدار  $u(\frac{L}{2}, \frac{nL}{a})$  در نقطه  $x = \frac{L}{2}$  و  $t = \frac{nL}{a}$ ، کدام است؟ ( $n$  عدد صحیح نامنفی)

(۲)  $(-1)^n \frac{L}{2a}$

(۴)  $(-1)^{n-1} \frac{L}{2}$

(۱)  $\frac{La}{2}$

(۳)  $(-1)^n \frac{L}{2}$

۱۵- توابع ویژه (eigen functions) مسئله مقدار مرزی زیر کدام است؟

$$y''(x) - 2y'(x) + \lambda y(x) = 0 \quad 0 \leq x \leq \pi$$

$$y(0) = y(\pi) = 0$$

(۲)  $\varphi_n(x) = e^x \sin nx$ ;  $n = 1, 2, \dots$

(۴)  $\varphi_{n,m}(x) = \sinh mx \sin nx$ ;  $n, m = 1, 2, \dots$

(۱)  $\varphi_n(x) = e^x \cos nx$ ;  $n = 1, 2, \dots$

(۳)  $\varphi_n(x) = \sinh \sin nx$ ;  $n = 1, 2, \dots$

۱۶- مقدار انتگرال  $\int_0^{\infty} \frac{(\ln x)^2}{1+x^2} dx$  (با انتخاب مرز مناسب)، کدام است؟

(۲)  $\frac{\pi}{8}$

(۱)  $\frac{\pi}{16}$

(۳)  $\frac{\pi}{4}$

(۴) همگرا نیست (بینهایت می شود)

۱۷- در مورد خود الحاق (self Adjoint) بودن معادله دیفرانسیل  $x^2 y'' + xy' + (x^2 - n^2)y = 0$  کدام عبارت درست است؟  
(۱) خود الحاق است. (۲) برای  $n = 0$  خود الحاق است.

(۳) با ضرب در  $\frac{1}{x}$  خود الحاق می‌شود. (۴) با ضرب در  $\frac{1}{x^2}$  خود الحاق می‌شود.

۱۸- ثابت‌های  $a > 0$  و  $b > 0$  و  $-1 < \gamma < 1$  مفروض‌اند. اگر  $\int_0^\infty \frac{x^\gamma}{(x+a)(x+b)} dx = \frac{\pi}{\sin(\pi\gamma)} \left( \frac{b^\gamma - a^\gamma}{b-a} \right)$  ، آنگاه

مقدار انتگرال  $\int_0^\infty \frac{x^\beta}{(x+a)^\gamma} dx$  و  $(-1 < \beta < 1)$  ، کدام است؟

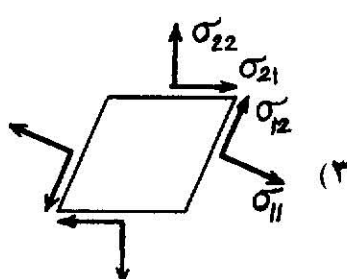
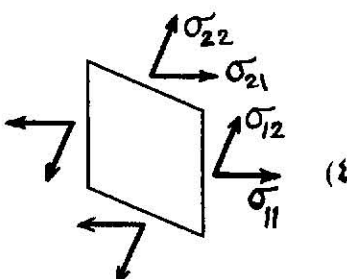
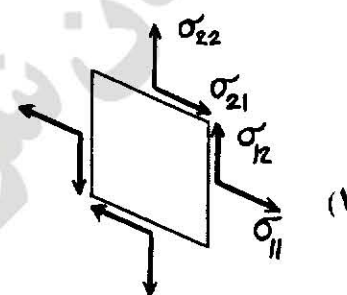
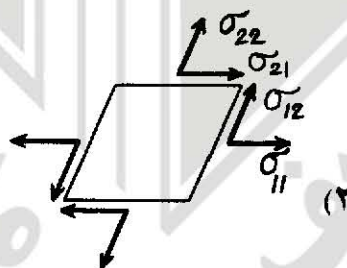
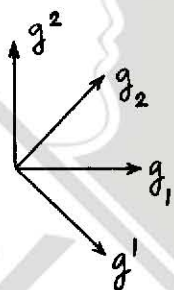
(۱)  $\frac{\pi\beta}{\sin(\pi\beta)} a^\beta$  (۲)  $\frac{a\beta}{\sin(\pi\beta)} a^\beta$

(۳)  $\frac{\gamma\pi\beta a^{\beta-1}}{\sin(\pi\beta)}$  (۴)  $\frac{\pi\beta}{\sin(\pi\beta)} a^{\beta-1}$

۱۹- تانسورهای  $E_{lmn}$  و  $E^{ijk}$  نامتقارن (unsymmetric) می‌باشند. حاصلضرب  $E_{lmn} E^{ijk}$  در حالتی که  $k = n$  و  $i = l$  و  $j = m$  باشد، کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۶

۲۰- با توجه به محورهای داده شده کدام المان نشان دهنده صحیح مؤلفه‌های تنش  $\sigma_{\alpha\beta}$  می‌باشد؟



۲۱- عبارت تانسوری زیر، مساوی کدام گزینه می باشد؟

$$A_{ij} = \delta_{kk} \delta_{\ell\ell} \delta_{is} T_{sj} + \delta_{sk} \delta_{ik} T_{sj}$$

$$(1) T_{ij} \quad (2) T_{ij}$$

$$(3) T_{ij} \quad (4) T_{ij}$$

۲۲- با توجه به قرارداد جمع روی اندیس های تکراری، کدام گزینه برای بسط عبارت  $\epsilon_{ijk} a_j T_{kj}$  درست است؟

$$(1) a_j (T_{jj} - T_{jj}) \quad (2) a_j (T_{jj} - T_{jj})$$

$$(3) a_j T_{jj} \quad (4) a_j T_{jj}$$

۲۳- چنانچه  $T$  یک تانسور مرتبه دو باشد، کدام گزینه برای دیورژانس  $T$  درست است؟

$$(1) \text{div } T = \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} \hat{e}_j \quad (2) \text{div } T = \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} \hat{e}_j$$

$$(3) \text{div } T = \epsilon_{ijk} \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_k} \quad (4) \text{div } T = \epsilon_{ijk} \frac{\partial T_{jk}}{\partial x_i}$$

۲۴- در یک محیط پیوسته،  $\sigma$  تانسور تنش کوشی می باشد. چنانچه تانسور  $S$  به صورت  $S_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij}$  تعریف شود، کدام گزینه همواره درست است؟

- (۱) ناوردای دوم تانسور  $S$  صفر است.  
(۲) ناوردای دوم تانسور  $\sigma$  صفر است.  
(۳) ناوردای اول تانسور  $S$  صفر است.  
(۴) ناوردای اول تانسور  $\sigma$  صفر است.

۲۵- اگر  $F$  تانسور تغییر فرم باشد، خواهیم داشت:

$$F = QU = VQ$$

در صورتی که  $U$  و  $V$  تانسورهای متقارن مرتبه دوم و  $Q$  تانسور متعامد باشد، کدام گزینه در مورد مقدار و بردار ویژه  $U$  و  $V$  درست است؟

- (۱) در حالت کلی نه بردارهای ویژه و نه مقادیر ویژه آن ها یکسان نمی باشند.  
(۲) مقادیر و بردارهای ویژه آن ها یکسان می باشند.  
(۳) فقط بردارهای ویژه آن ها یکسان می باشند.  
(۴) فقط مقادیر ویژه آن ها یکسان می باشند.

۲۶- حاصل انتگرال  $\int_V (\bar{x} \cdot \bar{x})_{,jj} dv$  کدام است؟

(۱)  $\circ$  (۲)  $2V$

(۳)  $3V$  (۴)  $6V$

۲۷- جسمی تحت تأثیر بار تک محوره‌ای قرار گرفته و در آن تنش نرمالی برابر  $\sigma_{11} = \sigma$  ایجاد کرده است. مؤلفه‌های تنش نرمال و

تنش برشی روی صفحه‌ای با بردار نرمال  $n = \frac{1}{3}(2e_1 + e_2 + 2e_3)$  کدام است؟

(۱) تنش نرمال  $\sigma = \frac{4}{9}$ ، تنش برشی  $\sigma = \frac{2\sqrt{5}}{9}$  (۲) تنش نرمال  $\sigma = \circ$ ، تنش برشی  $\sigma = \circ$

(۳) تنش نرمال  $\sigma = \circ$ ، تنش برشی  $\sigma = \frac{2}{3}$  (۴) تنش نرمال  $\sigma = \frac{2}{3}$ ، تنش برشی  $\sigma = \frac{2}{9}$

۲۸- حرکت یک محیط پیوسته با روابط زیر بیان می‌شود:

$$x_1 = X_1 + kt \cdot X_2, \quad x_2 = X_2, \quad x_3 = X_3$$

اگر توزیع دما برحسب مختصات فضایی به صورت  $\theta = x_1 + x_2$  بیان شود، سرعت و نرخ تغییر دما کدام است؟

(۱)  $V = kX_2e_1$  و  $\frac{\partial \theta}{\partial t} = \circ$  (۲)  $V = kX_2e_1$  و  $\frac{\partial \theta}{\partial t} = kx_2$

(۳)  $V = \circ$  و  $\frac{\partial \theta}{\partial t} = \circ$  (۴)  $V = \circ$  و  $\frac{\partial \theta}{\partial t} = kx_2$

۲۹- چنانچه  $F$  تانسور گرادیان تغییر شکل در نقطه‌ای از یک محیط پیوسته باشد، تانسور  $F^T F$  بیانگر ..... در آن نقطه است.

- (۱) کرنش (۲) کشیدگی  
(۳) مربع کشیدگی (۴) مربع کرنش

۳۰- چنانچه  $\rho$ ،  $\rho_0$  به ترتیب چگالی اولیه و چگالی در حالت تغییر شکل یافته یک محیط پیوسته و  $J$  جاکوبین تغییر شکل آن محیط باشد، برای فرم لاگرانژی معادله سازگاری، گزینه درست کدام است؟

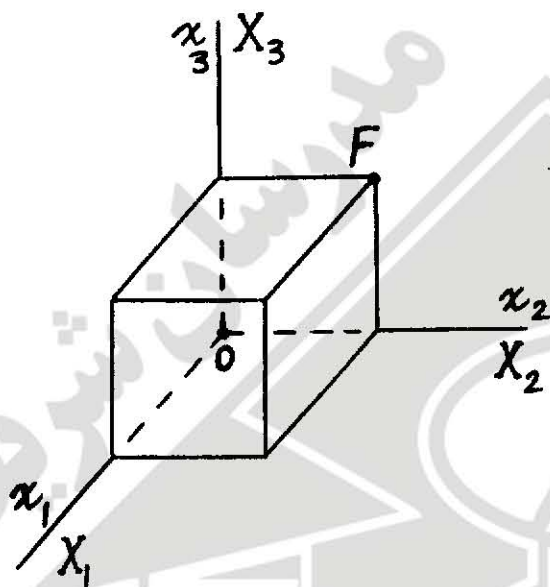
(۱)  $\rho J = \rho_0$  (۲)  $\rho_0 J = \rho$

(۳)  $\rho J^2 = \rho_0$  (۴)  $\rho_0 J^2 = \rho$

۳۱- محیط پیوسته مکعب شکلی به ابعاد واحد، تحت تأثیر تغییر شکل همگنی به صورت زیر قرار دارد:

$$x_p = \mu X_p, \quad x_p = \beta X_p, \quad x_1 = \alpha X_1$$

مقدار کشیدگی قطر OF از کدام رابطه به دست می‌آید؟ ( $\alpha$ ,  $\beta$  و  $\mu$  کمیت‌های ثابتی می‌باشند).



$$\Lambda_{OF}^r = \frac{\alpha^r + \beta^r}{2} \quad (1)$$

$$\Lambda_{OF}^r = \frac{\beta^r + \mu^r}{2} \quad (2)$$

$$\Lambda_{OF}^r = \frac{\alpha^r + \beta^r + \mu^r}{2} \quad (3)$$

$$\Lambda_{OF}^r = \frac{\alpha^r + \mu^r}{2} \quad (4)$$

۳۲- بیان ریاضی یک انتقال صلب برای یک محیط پیوسته، به کدام یک از صورت‌های زیر است؟

$$x = X + C(x, t) \quad (2)$$

$$x = X + C(X, t) \quad (1)$$

$$x = X \quad (4)$$

$$x = X + C(t) \quad (3)$$

۳۳- چنانچه در یک محیط پیوسته موقعیت اولیه ذرات با مختصات  $x_1, x_p, x_p$  و موقعیت آن‌ها در زمان  $t$  با مختصات  $y_1, y_p, y_p$  نشان داده شود، رابطه حرکت ذرات به صورت زیر می‌باشد:

$$y_1 = x_1(1+t)$$

$$y_p = x_p(1+t)^2$$

$$y_p = x_p(1+t^2)$$

برای توصیف اویلری مؤلفه دوم سرعت ذرات ( $v_p$ )، گزینه درست کدام است؟

$$v_p = 2x_p(1+t) \quad (2)$$

$$v_p = \frac{2y_p}{1+t} \quad (1)$$

$$v_p = 2x_p t \quad (4)$$

$$v_p = \frac{2y_p t}{1+t^2} \quad (3)$$

۳۴- جسم الاستیک ایزوتروپ با ضرایب الاستیک  $\lambda$  و  $\mu$ ، تحت اثر افزایش درجه حرارت  $\Delta T$  قرار گرفته و همه مؤلفه‌های کرنش آن صفر است. ( $\epsilon_{ij} = 0$ ). چگالی انرژی کرنشی برحسب ( $\Delta T$ ) کدام است؟ (ضریب انبساط حرارتی را  $\alpha$  فرض کنید).

$$\frac{1}{2}(\mu + 3\lambda)\alpha^2(\Delta T)^2 \quad (2)$$

$$\frac{3}{2}(\mu + 3\lambda)\alpha^2(\Delta T)^2 \quad (1)$$

$$(\mu + 3\lambda)\alpha^2(\Delta T)^2 \quad (4)$$

(۳) صفر

۳۵- A چقدر باشد، تا میدان کرنش زیر سازگار باشد؟

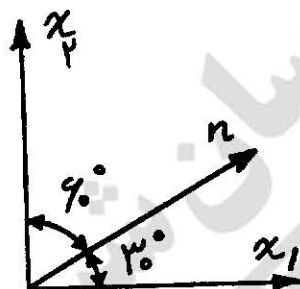
$$\varepsilon_{11} = Ax_2^2 + x_1x_2, \quad \varepsilon_{22} = Ax_2^2 + 2x_1^2, \quad \varepsilon_{12} = 2Ax_1x_2, \quad \varepsilon_{33} = \varepsilon_{13} = \varepsilon_{23} = 0$$

$$\begin{matrix} 3 & (2) & 4 & (1) \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 1 & (4) & 2 & (3) \end{matrix}$$

۳۶- اگر کرنش محوری در نقطه‌ای از محیط دایره‌ای در امتداد محورهای  $n$  و  $x_1$  و  $x_2$  برابر:  $\varepsilon_{300} = 0.02\sqrt{3}$ ،

$\varepsilon_{000} = 0.01\sqrt{3}$  و  $\varepsilon_{900} = -0.03\sqrt{3}$  باشد،  $\varepsilon_{12}$  در این نقطه، چقدر است؟ (محور  $n$  با محور  $x_1$  زاویه  $30^\circ$  می‌سازد).



$$0.01 \quad (1)$$

$$0.02 \quad (2)$$

$$0.03 \quad (3)$$

$$0.04 \quad (4)$$

۳۷- کرنش‌های وارد به جسمی در حالت کرنش صفحه‌ای، به شرح زیر است:

$$\varepsilon_x = +4 \times 10^{-4}, \quad \varepsilon_y = -4 \times 10^{-4}, \quad \gamma_{xy} = +6 \times 10^{-4}$$

کرنش‌های اصلی در جسم کدام است؟

$$\varepsilon_1 = +4 \times 10^{-4}, \quad \varepsilon_2 = -4 \times 10^{-4}, \quad \varepsilon_3 = 0 \quad (1)$$

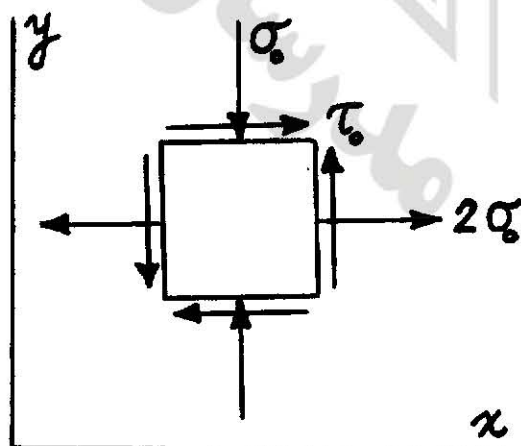
$$\varepsilon_1 = +5 \times 10^{-4}, \quad \varepsilon_2 = -5 \times 10^{-4}, \quad \varepsilon_3 = 0 \quad (2)$$

$$\varepsilon_1 = +2 \times 10^{-4}, \quad \varepsilon_2 = -3 \times 10^{-4}, \quad \varepsilon_3 = -2 \times 10^{-4} \quad (3)$$

$$\varepsilon_1 = +5 \times 10^{-4}, \quad \varepsilon_2 = 0, \quad \varepsilon_3 = 0 \quad (4)$$

۳۸- المانی از یک ورق نازک به ضخامت  $t$ ، در حالت تنش صفحه‌ای، در شکل نشان داده شده است. با فرض مدول الاستیسیته  $E$  و

نسبت پواسون  $\nu$ ، تغییر ضخامت ورق چقدر است؟



$$-\frac{\nu\sigma_0}{E} \quad (1)$$

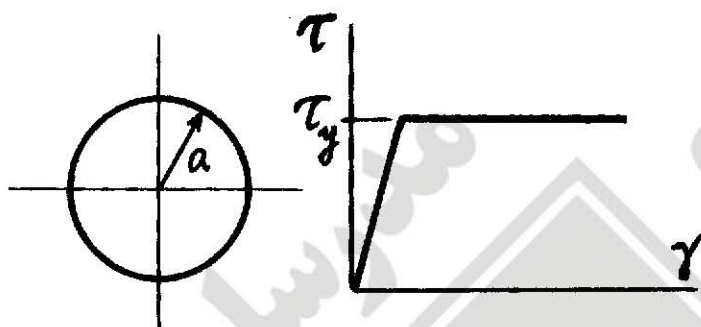
$$+\frac{\nu\sigma_0}{E} \quad (2)$$

$$-\frac{\nu(\sigma_0 + \tau_0)}{E} \quad (3)$$

$$\frac{2\nu\sigma_0}{E} \quad (4)$$

۳۹- یک میله استوانه‌ای با مقطع دایره‌ای توپر به شعاع  $a$  تحت کوپل پیچشی  $T$  قرار دارد. با فرض جنس میله الاستیک - کامل

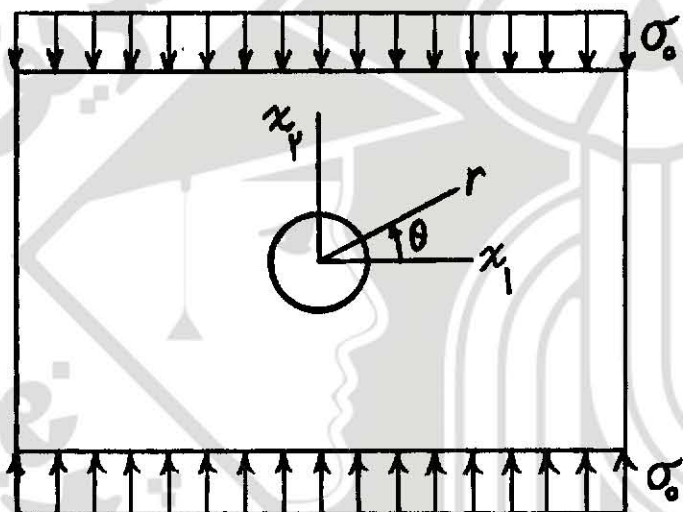
پلاستیک، نسبت کوپل حد به کوپل شروع تسلیم،  $\frac{T_u}{T_y}$ ، برابر کدام است؟



- (۱)  $\frac{3}{4}$   
(۲)  $\frac{3}{2}$   
(۳)  $\frac{4}{3}$   
(۴) ۱

۴۰- صفحه نامتناهی به ضخامت کم و سوراخ دایره‌ای شکل به شعاع  $a$  مفروض است. این صفحه در بینهایت تحت کشش ثابت  $\sigma_0$  در امتداد محور  $x_2$  قرار گرفته است. تابع تنش ایری (Airy stress function) که این مسئله را حل می‌کند، کدام

است؟



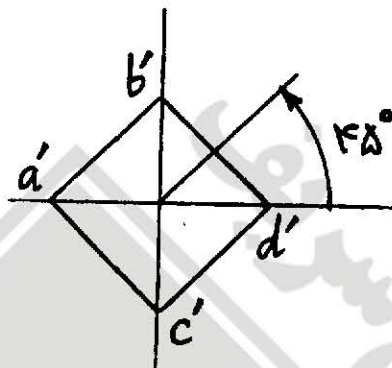
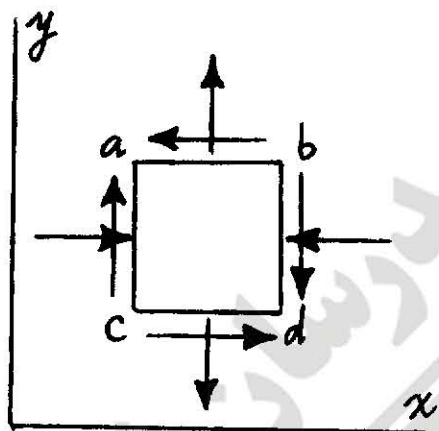
- (۱)  $f(r) + g(r) \cos 2\theta$   
(۲)  $f(r) + g(r) \cos \theta$   
(۳)  $f(r) + g(r) \sin \theta$   
(۴)  $f(r) + g(r) \sin 2\theta$

۴۱- تابع تنش ایری (Airy stress function) در یک جسم دو بعدی در دستگاه مختصات کارتزین به صورت  $\phi = x_1^3 x_2^3$  است.

تنش  $\sigma_{11}$  در نقطه  $x_1 = 2$ ،  $x_2 = 3$ ، کدام است؟

- (۱) ۷۲  
(۲) ۱۴۴  
(۳) ۲۱۶  
(۴) ۲۸۸

۴۲- المانی از یک جسم تحت تنش، در حالت تنش صفحه‌ای، المان  $abcd$  در شکل داده شده است. اگر محورها مطابق شکل به اندازه  $\theta = 45^\circ$  بچرخد، المان  $a'b'c'd'$ ، تغییر زوایای المان جدید چقدر است؟ (مدول الاستیسیته جسم  $E$  و نسبت پواسون  $\nu$  است.)



(۱)  $\frac{\sigma_0}{E}$

(۲)  $\pm \frac{\sigma_0(1+\nu)}{E}$

(۳)  $\pm 2 \frac{\sigma_0}{E}$

(۴)  $\pm 2(1+\nu) \frac{\sigma_0}{E}$

۴۳- اگر تانسور تنش در یک نقطه از جسم الاستیک با ضریب الاستیسیته حجمی (bulk modulus) برابر  $k = 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$  به صورت

صورت  $[\sigma_{ij}] = \begin{bmatrix} 50 & 20 & -30 \\ 20 & 30 & -10 \\ -30 & -10 & 10 \end{bmatrix}$  بر حسب  $\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$  باشد، در حالت کرنش کوچک، تغییر حجم نسبی (dilatation)

در آن نقطه، کدام است؟

(۲)  $2 \times 10^{-5}$

(۱)  $10^{-5}$

(۴)  $4 \times 10^{-5}$

(۳)  $3 \times 10^{-5}$

۴۴- تغییرناپذیرهای (Invariants) اول و دوم تانسور تنش برابر  $I_1 = 6$  و  $I_2 = 7$  است. تغییرناپذیر دوم تانسور تنش انحراف آور ( $J_2$ )، کدام است؟

(۲) ۳

(۱) ۱

(۴) ۷

(۳) ۵

۴۵- در یک دستگاه دکارتی، میدان تنش با توزیع خطی به صورت  $\sigma_{ij} = A_{ijk} x_k$  داده شده است ( $A_{ijk}$  ضرایب ثابت) در غیاب نیروهای حجمی، چه شرایطی باید روی ثابت‌های  $A_{ijk}$  وجود داشته باشد، تا این میدان تنش قابل قبول باشد؟

(۲)  $A_{ijk} = A_{jik}$

(۱)  $A_{ijk} = A_{jik}$  و برقراری شرط سازگاری تنش

(۴)  $A_{ijk} = A_{jik}$  و  $A_{ijj} = 0$

(۳)  $A_{ijk} = A_{jik}$  و  $A_{ijj} = 0$